

凌天龙,刘殿书,梁书锋,等. 花岗岩损伤型黏弹性动态本构模型研究[J]. 矿业科学学报, 2019, 4(5): 403-409. DOI: 10.19606/j.cnki.jmst.2019.05.004

Ling Tianlong, Liu Dianshu, Liang Shufeng, et al. Research on damage viscoelastic dynamic constitutive model of granite [J]. Journal of Mining Science and Technology, 2019, 4(5): 403-409. DOI: 10.19606/j.cnki.jmst.2019.05.004

花岗岩损伤型黏弹性动态本构模型研究

凌天龙,刘殿书,梁书锋,李胜林

中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院,北京 100083

摘要:采用恒应变率 SHPB 实验装置对花岗岩的动态力学性能进行测试。结果表明:花岗岩动态应力-应变曲线在初始加载段呈线弹性,屈服后具有显著的塑性变形特征,屈服应力、峰值应力和弹性模量均具有应变率相关性。基于花岗岩动态力学特性,将朱-王-唐(ZWT)模型本构方程推广到花岗岩材料并对其进行简化,同时考虑冲击荷载作用下损伤对花岗岩动态强度的影响,引入应变率型损伤演化方程,建立简明的损伤型 ZWT 动态本构模型。应用建立的动态本构模型对 SHPB 实验测得的应力-应变曲线进行拟合,两者具有较好的一致性,表明构建的动态本构模型能够较好地反映花岗岩在动载作用下的力学特性。

关键词:花岗岩; SHPB; 动态力学特性; 本构模型

中图分类号: TD 315

文献标志码: A

文章编号: 2096-2193(2019)05-0403-07

Research on damage viscoelastic dynamic constitutive model of granite

Ling Tianlong, Liu Dianshu, Liang Shufeng, Li Shenglin

School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China

Abstract: Dynamic mechanical properties of granite were tested by a split Hopkinson pressure bar system with constant strain rate. The initial loading stage of stress-strain curve of granite is linear elasticity, and the rock material has a significant plastic deformation after yielding. Yield strength, peak strength and elastic modulus are all rate dependent. Based on dynamic mechanical property of granite, the constitutive of Zhu-Wang-Tang model was simplified to apply on granite, and with consideration of the effect of damage on the dynamic strength of granite under impact load. The experimental data were fitted to the proposed model. The fitted stress-strain curves at different strain rates are in good agreement with the experimental ones. This demonstrates that the proposed dynamic constitutive model in this paper can accurately describe the dynamic mechanical properties of granite under the impact load.

Key words: granite; SHPB; dynamic mechanical properties; constitutive model

岩石在受动态荷载(爆破、冲击等)作用时,其动态变形机理与静态有很大差别。近 60 年来,岩石动态力学特性的研究受到国内外学者的高度重视,已有大量论著报道了岩石在冲击荷载作用下的

力学特性^[1-7]。由于岩石性质的复杂性以及动态荷载的短暂性,通过实验测得的应力-应变曲线形态各异。为了掌握岩石在冲击荷载作用下的动态力学特性和破坏机理,构建合理且简洁的岩石动态

收稿日期: 2019-01-02

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(2011 YL05)

作者简介: 凌天龙(1985—),男,辽宁丹东人,博士研究生,主要从事工程爆破与岩体破碎方面的研究工作。Tel: 18753866761, E-mail: ltl85@126.com

本构模型具有重要的实际意义。

目前岩石的动态本构理论已取得了许多研究成果。木下重教等^[8]通过总结岩石动态力学性能测试结果认为,可采用 Bingham 模型来描述岩石的动态力学特性,即过应力模型。于亚伦等^[1]对过应力模型进行了修正,并给出了不同矿岩的本构模型参数。过应力模型参数意义明确,但不能反映弹性模量随加载率变化的特征。郑永来等^[9]将损伤变量引入到黏弹性本构模型中,通过在模型中并联多个 Maxwell 体实现在任意应变率范围内描述岩石强度和弹性模量的率效应,但模型中参数较多,需要大量实验予以确定。单仁亮等^[10-11]通过分析大理岩和花岗岩的动态力学特性,将统计损伤模型和黏弹性模型结合起来,建立了一个简明的岩石动态破坏时效损伤模型,并利用 SHPB 试验系统测试了云驾岭煤矿无烟煤的动态力学特性,并引入了新的损伤型黏弹性本构方程描述无烟煤的塑性流动特性。赵光明等^[12-13]根据软岩的应力-应变曲线特点,以朱-王-唐(ZWT)模型为基础,采用损伤体替代 ZWT 模型中的弹性元件,建立一种损伤型黏弹性动态本构方程。

本文采用恒应变率 SHPB 实验系统,对花岗岩

的动态力学特性进行测试。通过分析花岗岩动态本构曲线特征,对 ZWT 非线性黏弹性本构模型进行简化,同时考虑冲击荷载作用下损伤对岩石强度的影响,构建一种形式简明的损伤型动态本构模型。

1 花岗岩 SHPB 实验

选取北京昌平某采石场花岗岩作为研究对象,将其加工成直径 50 mm、长度 40 mm 的圆柱形试件,试件两端精细打磨,保证平行度小于 0.02 mm。

本文采用柱锥形子弹^[14]对花岗岩试件进行恒应变率单轴冲击实验,并采用紫铜片整形技术消除入射波峰值处的震荡。柱锥形子弹总长度 400 mm,其中,圆柱部分长度 100 mm,锥长 300 mm,两个端面的直径分别取 50 mm 和 35 mm,材料采用与实验所用花岗岩波阻抗接近的 7075 铝镁合金,密度为 2 820 kg/m³,弹性模量为 71 GPa;实验中紫铜片整形器的直径取 35 mm,厚度为 1 mm;入射杆和透射杆的直径 D 均为 50 mm,长度 2 000 mm,材料采用 321 不锈钢,密度为 7 800 kg/m³,弹性模量为 210 GPa。SHPB 实验装置如图 1 所示。

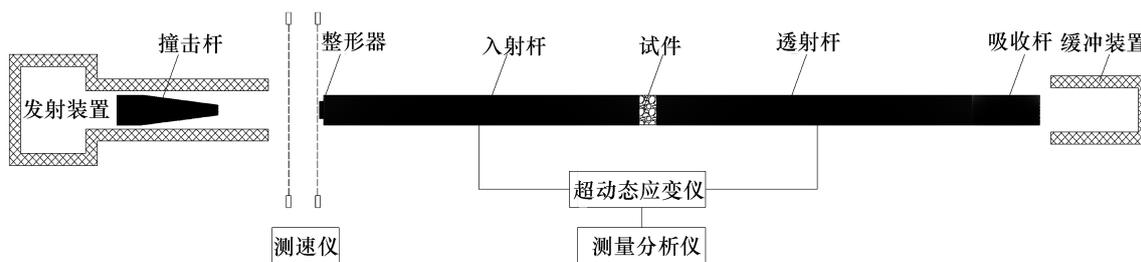


图 1 SHPB 实验系统

Fig. 1 SHPB experimental system

2 花岗岩动态力学性能

2.1 花岗岩动态本构曲线

为研究花岗岩在不同应变率下的动态力学行为,共对 180 块花岗岩试件进行了单轴冲击实验,获得有效实验数据 130 组,冲击速度从 2.6 ~ 16.3 m/s 以约 0.5 m/s 的差值均匀递增,每个速度段的实验次数均在 2 次以上,应变率变化范围为 19.1 ~ 190.5/s。

图 2 给出了 4 组不同应变率下花岗岩试件的应力-应变曲线。可以看出,在弹性变形阶段,花岗岩的动态弹性模量随着应变率的提高呈现出增加的趋势,动态应力-应变曲线的初始上升阶段在冲击速度

较低时表现出一定的非线性。这是由于试件中微孔隙的闭合所引起的,但随着应变率的增大,这些微孔隙在瞬时冲击荷载作用下来不及闭合,其初始变形阶段也由非线性转化为明显的线性特性。

当应变率增大到一定值时,应力-应变曲线在上升到第一个极值点后,出现小幅度下降然后继续快速上升,随后进入显著的塑性变形阶段,屈服段曲线近似于理想塑性,应力-应变曲线在峰值前出现几次小幅度的波动,表现出明显的跃进性,这与文献[4]得到的结论相同。应变率较高时,应力达到屈服应力后,花岗岩要继续发生应变则需增大应力直至峰值应力,材料的塑性变形也随着应变率的增加而增加,表现出明显的应变硬化特性。

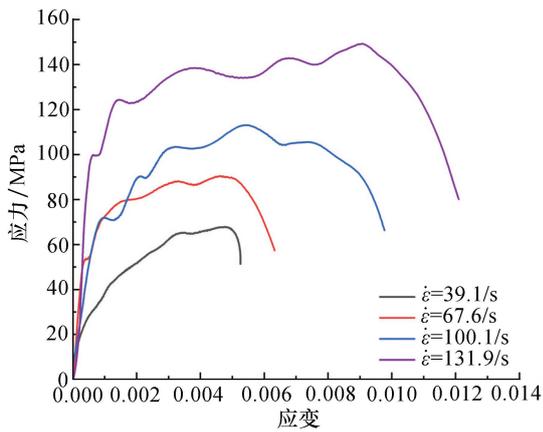


图2 花岗岩应力-应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curves of granite specimens

需要指出的是,与已知花岗岩动态力学特性的研究成果有所不同,本文中花岗岩在高应变率下应力-应变曲线出现近似屈服平台(或屈服齿)。究其原因可能在于:在霍普金森压杆实验中,不同子弹形状产生的加载波形是不同的,导致应力波在岩石中的作用时间尤其是上升沿持续时间有很大差别,进而影响了岩石的动态响应和破岩效果^[15]。因此,对于同一种岩石,实测本构曲线的形态与子弹形状(加载波形)有很大关系,本文提及的恒应变率冲击实验中,花岗岩呈现出更为显著的冲击韧性。

图3给出了花岗岩动态峰值应力随应变率的变化趋势。可以看出:花岗岩试件的峰值应力随着应变率的增加而增大,呈现出明显的率相关性。在此应变率范围内,峰值应力并非随应变率的增加等比例增长,当应变率增加到一定值,峰值应力的增加速度减缓,两者可以看作是幂函数关系,拟合得到的关系式为

$$\sigma_{peak} = -2\,547 + 2\,385\varepsilon^{0.024} \quad (1)$$

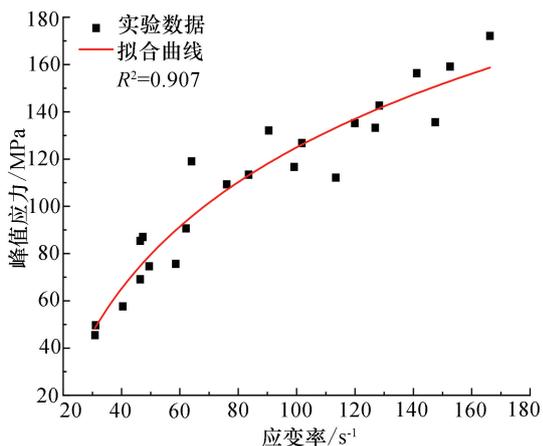


图3 峰值应力-应变率曲线

Fig. 3 Peak stress-strain rate curve

花岗岩峰值应变随应变率的变化趋势如图4所示。与峰值应力相似,峰值应变随应变率的增加而增大,两者的关系可用线性函数表示,其表达式为

$$\varepsilon_{peak} = (10.7 + 0.082\varepsilon) \times 10^{-3} \quad (2)$$

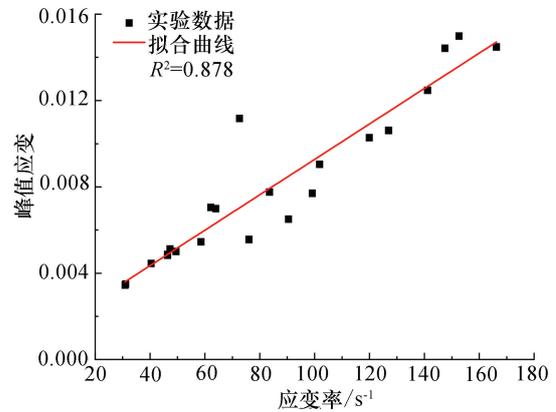


图4 峰值应变-应变率曲线

Fig. 4 Strain-strain rate relationship

对于岩石类材料动态强度与应变率之间的关系,一般采用动态增强因子 *DIF* 作为衡量指标^[16],动态增强因子 *DIF* 的表达式为

$$DIF = \frac{f_{cd}}{f_{cs}} \quad (3)$$

式中, f_{cd} 为动态强度; f_{cs} 为准静态单轴抗压强度。

实验中所用花岗岩试件的准静态单轴抗压强度为 112.17 MPa,利用式(3)计算不同应变率下花岗岩试件的 *DIF* 值,计算结果见表1。

表1 花岗岩动态增强因子

Tab. 1 Dynamic increasing factors of granite sample

速度/(m · s ⁻¹)	应变率/s ⁻¹	应力峰值/MPa	<i>DIF</i>
9.35	83.55	113.37	1.01
9.85	90.46	132.07	1.18
10.35	99.17	116.67	1.04
10.85	101.80	126.77	1.13
11.35	113.43	112.13	1.00
11.85	126.94	133.25	1.19
12.35	119.94	135.20	1.21
12.85	128.32	142.63	1.27
13.35	132.60	151.77	1.35
13.85	147.48	135.58	1.21
14.35	141.19	156.31	1.39
14.85	152.61	159.11	1.42
16.35	166.27	172.13	1.53

根据表 1 的计算结果可知,当应变率小于 100/s 时,花岗岩的动态增强因子接近于 1;当应变率超过 100/s 时,花岗岩的动态抗压强度随应变率的增加呈增长趋势。

2.2 花岗岩损伤演化

岩石类材料内部包含大量缺陷,在冲击荷载作用下,岩石的损伤软化效应十分明显,在研究其力学特性时不可忽略内部损伤及其演化的影响。

近年来,学者们提出了形式各异的损伤变量定义。在工程应用中,一般从宏观层次上定义损伤,即采用岩石材料的宏观力学参数(弹性模量、声波波速、密度等)在损伤前后发生的变化来度量损伤。本文采用岩石声波波速的变化来表征损伤,定义损伤量

$$D = 1 - \left(\frac{\bar{v}_p}{v_p}\right)^2 \quad (4)$$

式中, v_p 为完整岩石材料的弹性波速度; \bar{v}_p 为受损伤岩石材料的弹性波速度。

选用中科院武汉岩土所研制的 RSM-SY5 型声波仪对花岗岩试件在冲击前和冲击后的纵波波速进行测试,并应用式(4)计算出花岗岩试件在不同加载速率下的损伤值,如图 5 所示。可以看出:损伤值随峰值应力的提高而增大,两者的关系近似为指数函数,拟合得到两者关系为

$$D = 0.14 \exp\left(\frac{\sigma}{60.19}\right) - 0.33 \quad (5)$$

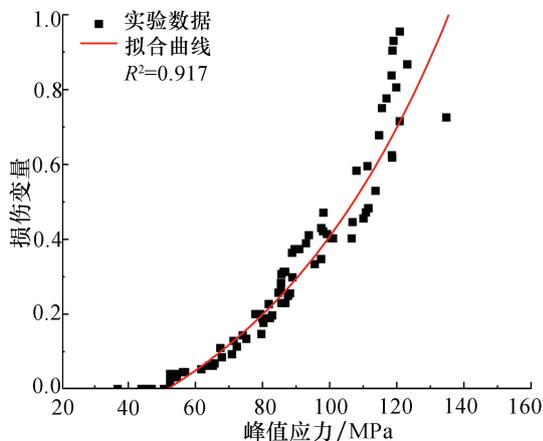


图 5 花岗岩损伤与冲击峰值应力关系

Fig. 5 Relationship between damage and peak stress of granite

对于式(5),当 $D=0$ 时 $\sigma=50.2$ MPa。当峰值应力小于 50.2 MPa 时,花岗岩试件的声波波速没有发生变化。因此,设定产生损伤的峰值应力阈值

$\sigma_0=50.2$ MPa。换言之,在冲击荷载作用下,试件的应变超过与峰值应力阈值相对应的峰值应变时开始产生损伤,由式(1)和式(2)可知,该峰值应变 $\varepsilon_0=0.37\%$ 。

3 花岗岩动态本构模型

由上节分析可知,冲击荷载作用下的花岗岩具有应变硬化和塑性流动等复杂的动态力学特性,在已有的动态本构方程中,ZWT 模型能够较好地描述这种动态力学性能。由于岩石为非均质材料,在冲击荷载作用下岩石的流变过程伴随着内部缺陷的演化,因此需对 ZWT 模型进行改进,建立一种充分考虑损伤演化对岩石破坏影响的动态力学模型。

3.1 ZWT 本构模型的简化

朱兆祥等人在研究环氧树脂材料动态力学特性时,提出了具有两个松弛时间的黏弹性本构方程,即朱-王-唐模型^[17],其表达式为

$$\sigma = f_e(\varepsilon) + E_1 \int_0^t \dot{\varepsilon}(\tau) \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_1}\right) d\tau + E_2 \int_0^t \dot{\varepsilon}(\tau) \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_2}\right) d\tau \quad (6)$$

$$\varphi_1 = \frac{\eta_1}{E_1}, \varphi_2 = \frac{\eta_2}{E_2}$$

$$f_e(\varepsilon) = E_0 \varepsilon + \alpha \varepsilon^2 + \beta \varepsilon^2 \quad (7)$$

式中, $f_e(\varepsilon)$ 用于描述非线性弹性平衡响应; E_0 、 E_1 、 E_2 、 α 和 β 均为弹性常数; φ_1 、 φ_2 为松弛时间。

ZWT 方程的力学模型由一个非线性弹性体与两个 Maxwell 体并联组成,如图 6 所示。

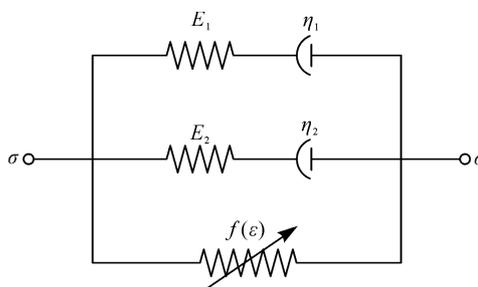


图 6 ZWT 本构模型简图

Fig. 6 ZWT model

在 ZWT 模型中,一个 Maxwell 体描述材料在低应变率条件下的黏弹性响应,另一个 Maxwell 体描述材料在高应变率条件下的黏弹性响应。松弛时间 φ_1 的量级范围一般为 $10^0 \sim 10^2$ s,而松弛时间 φ_2 的量级范围则在 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ s^[18]。由于 SHPB 实验的时间尺度在 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ s 范围内,松弛时间 φ_1

的低频 Maxwell 单元没有足够的时间来松弛。因此,可将低频 Maxwell 单元看作弹性常数为 E_1 的弹簧,式(6)则可简化为

$$\sigma = f_e(\varepsilon) + E_1\varepsilon + E_2 \int_0^t \dot{\varepsilon}(\tau) \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_2}\right) d\tau \quad (8)$$

根据该花岗岩的准静态压缩实验结果可知,应力-应变曲线的弹性部分基本是线性的,且应变的最大量级为 10^{-2} 。因此,描述材料非线性弹性的平衡态应力多项式 $f_e(\varepsilon)$ 可只考虑第一项,即

$$f_e(\varepsilon) = E_0\varepsilon \quad (9)$$

若令

$$E_a = E_0 + E_1 \quad (10)$$

则有

$$\sigma = E_a\varepsilon + E_2 \int_0^t \dot{\varepsilon}(\tau) \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_2}\right) d\tau \quad (11)$$

本文的实验结果是应用恒应变率 SHPB 实验装置测试得到的,每次实验中应变率恒定不变,即

$$\dot{\varepsilon} = \text{const}, t = \frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}}, \text{因此有}$$

$$\sigma = E_a\varepsilon + E_2\varphi_2\dot{\varepsilon} \left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}\varphi_2}\right) \right] \quad (12)$$

3.2 基于应变率型损伤演化的 ZWT 本构模型

岩石类材料的破坏始于内部损伤的发展,微裂纹等损伤在客观上起某种弱化作用。根据 Lemaitre 提出的应变等效原理^[19],即可建立花岗岩含损伤本构关系的基本表达式:

$$\sigma = (1 - D)\sigma^* \quad (13)$$

式中, σ 为有效应力; σ^* 为名义应力; D 为损伤变量。

结合式(12)和式(13),可将恒应变率冲击荷载下含损伤的花岗岩黏弹性本构方程表述如下:

$$\sigma = (1 - D) \left\{ E_a\varepsilon + E_2\varphi_2\dot{\varepsilon} \left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}\varphi_2}\right) \right] \right\} \quad (14)$$

损伤变量 D 的发展与应变率密切相关,应变率越大,试件的裂纹数量越多,破碎程度越高。如果将花岗岩的损伤演化看作一个促进的热激活过程,那么可将损伤变量采用式(15)中的应变率型演化规律来表示^[16]:

$$D = K_D \int_0^t \dot{\varepsilon}^\alpha dt \quad (15)$$

对于恒应变率实验过程,假设存在某一应变阈

值 ε_0 引起花岗岩损伤的发展,通过对式(15)积分可得到花岗岩的损伤演化方程:

$$D = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq \varepsilon_0 \\ K_D \dot{\varepsilon}^\alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) & \varepsilon > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (16)$$

式中, K_D 、 α 为材料动态响应参数。

由第二节内容可知,本文中花岗岩的应变阈值 $\varepsilon_0 = 0.37\%$ 。

将式(16)代入式(14)中,则花岗岩动态本构模型可表示为

$$\sigma = [1 - K_D \dot{\varepsilon}^\alpha (\varepsilon - \varepsilon_0)] \times \left\{ E_a\varepsilon + E_2\varphi_2\dot{\varepsilon} \left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}\varphi_2}\right) \right] \right\} \quad (17)$$

式中,包含 K_D 、 α 、 E_a 、 E_2 和 φ_2 共计 5 个参数,形式较为简明,但各有明确的物理意义,易于在工程实际中应用。

4 本构模型在试验中的应用

利用本文构建的动态本构方程对不同应变率下花岗岩应力-应变关系进行理论重构,理论曲线与实验曲线的对比结果如图 7 所示,不同应变率下花岗岩动态本构方程的拟合参数见表 2。

表 2 本构模型参数

Tab. 2 Parameters of constitutive model

$\dot{\varepsilon}/s^{-1}$	K_D	α	E_a/GPa	E_2/GPa	$\varphi_2/\mu s$
39.1	90.6	0.211	15.2	93.0	2.6
67.6	70.2	0.239	17.0	161.7	2.6
100.1	50.2	0.165	18.9	133.8	2.6
139.1	60.1	0.057	19.0	198.4	2.6

由图 7 可以看出,理论曲线与实验曲线的趋势具有较好的一致性,拟合优度均在 0.95 以上,尤其在屈服前吻合较好。由表 2 可知,表征有效弹性响应的 E_a 随着应变率的增加而增大,本文模型能够很好地反映花岗岩在屈服前的线弹性特性。如果对比两者的屈服应力和峰值应力,误差均未超过 10%,说明本文模型能准确地反映弹性模量和动态强度的应变率相关性,从而验证了该模型描述冲击荷载下花岗岩材料动态本构关系的可靠性。需要指出的是,该模型尚不能准确描述高速冲击下花岗岩应力-应变曲线的一些波动,这可能与模型中参数较少有关。

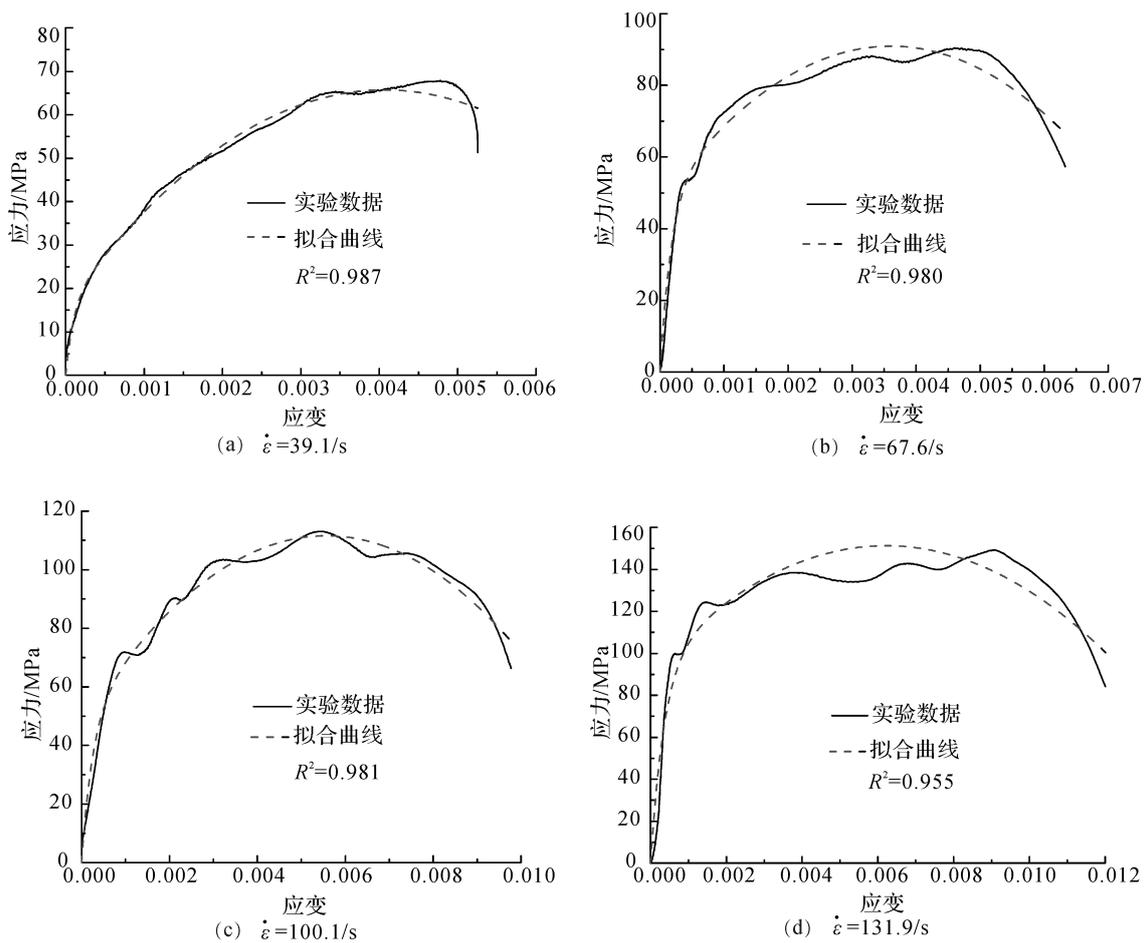


图7 花岗岩的应力-应变曲线对比

Fig. 7 Comparison of stress-strain curves obtained by experiment and theoretic model

5 结论

(1)应用恒应变率 SHPB 实验装置测试并分析了花岗岩在不同应变率下的动态力学特性。结合花岗岩动态本构曲线初始加载段呈线弹性、动载作用下显著的应变硬化和应变率强化效应等特点,将 ZWT 非线性黏弹性本构模型推广到花岗岩材料,并对其进行简化,简化后的模型形式简明,参数易于获得。

(2)考虑动载作用下损伤对岩石动态强度的影响,在简化后的 ZWT 方程中引入基于应变率型演化规律的损伤变量,建立了考虑损伤的非线性黏弹性本构模型。

(3)采用本文构建的动态本构方程对花岗岩在不同应变率下的应力-应变曲线进行重构,理论曲线与实验曲线具有很好的一致性,屈服应力和峰值应力的误差均较小,本文提出的模型能够很好地模拟花岗岩的动态力学特性。

参考文献

- [1] 于亚伦,金科学. 高应变率下的矿岩特性研究[J]. 爆炸与冲击,1990,10(3):266-271.
Yu Yalun, Jin Kexue. Study on the dynamic behavior of magnetites and granite under high strain rates[J]. Explosion and Shock Waves, 1990,10(3):266-271.
- [2] 东兆星,单仁亮. 高应变率下岩石本构特性的研究[J]. 工程爆破,1999,5(2):5-9.
Dong Zhaoxing, Shan Renliang. Study on constitutive properties of rocks under high strain rates[J]. Engineering Blasting, 1999,5(2):5-9.
- [3] 席道瑛,郑永来,张涛. 大理岩和砂岩动态本构的实验研究[J]. 爆炸与冲击,1995,15(3):259-266.
Xi Daoying, Zheng Yonglai, Zhang Tao. The experimental research in dynamic constitutive laws of marble and shale[J]. Explosion and Shock Waves, 1995,15(3):259-266.
- [4] 单仁亮,陈石林,李宝强. 花岗岩单轴冲击全程本构特性的实验研究[J]. 爆炸与冲击,2000,20(1):32-38.

- Shan Renliang, Chen Shilin, Li Baoqiang. Experimental study of granite constitutive properties under uniaxial impact [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2000, 20(1):32-38.
- [5] 武宇,刘殿书,吴帅峰,等. 砂岩冲击损伤与应力波参数关系试验研究[J]. *矿业科学学报*, 2018,3(3):229-237.
Wu Yu, Liu Dianshu, Wu Shuaifeng, et al. Experimental study on relationship between impact damage of sandstone and stress wave parameters [J]. *Journal of Mining Science and Technology*, 2018,3(3):229-237.
- [6] 杨军,高文学,金乾坤. 岩石动态损伤特性实验及爆破模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2001, 20(3):320-323.
Yang Jun, Gao Wenxue, Jin Qiankun. Experiment on dynamic damage property of rock and new damage model for rock fragmentation by blasting [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(3):320-323.
- [7] 王学滨. 加载速度对岩样全部变形特征的影响 [J]. *岩土力学*, 2008, 29(2):353-358.
Wang Xuebin. Effect of loading rate on entire deformational characteristics of rock specimen [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(2):353-358.
- [8] Kinoshita S, Sato K, Kawakita M. On the mechanical behaviour of rocks under impulsive loading [J]. *Bulletin of the Faculty of Engineering Hokkaido University*, 1977, 83:51-62.
- [9] 郑永来,夏颂佑. 岩石黏弹性连续损伤本构模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 1996, 15(增1):428-432.
Zheng Yonglai, Xia Songyou. Viscoelastic damage constitutive model for rock [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1996, 15(s1):428-432.
- [10] 单仁亮,薛友松,张倩. 岩石动态破坏的时效损伤本构模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(10):1771-1776.
Shan Renliang, Xue Yousong, Zhang Qian. Time dependent damage model of rock under dynamic loading [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(10):1771-1776.
- [11] 单仁亮,程瑞强,高文蛟. 云驾岭煤矿无烟煤的动态本构模型研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(11):2258-2263.
Shan Renliang, Cheng Ruiqiang, Gao Wenjiao. Study on dynamic constitutive model of anthracite of Yunjialing coal mine [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(11):2258-2263.
- [12] 赵光明,谢理想,孟祥瑞. 软岩的动态力学本构模型 [J]. *爆炸与冲击*, 2013, 33(2):126-132.
Zhao Guangming, Xie Lixiang, Meng Xiangrui. A constitutive model for soft rock under impact load [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2013, 33(2):126-132.
- [13] 谢理想,赵光明,孟祥瑞. 软岩及混凝土材料损伤型黏弹性动态本构模型研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(4):857-864.
Xie Lixiang, Zhao Guangming, Meng Xiangrui. Research on damage viscoelastic dynamic constitutive model of soft rock and concrete materials [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(4):857-864.
- [14] 梁书锋,武宇,刘殿书,等. SHPB 恒应变率加载试验技术研究 [J]. *郑州大学学报:工学版*, 2018, 39(2):50-55.
Liang Shufeng, Wu Yu, Liu Dianshu, et al. Study on SHPB techniques of constant strain rate loading [J]. *Journal of Zhengzhou University: Engineering Science*, 2018, 39(2):50-55.
- [15] 李夕兵,古德生,赖海辉. 岩石在不同应力波加载下的动态响应 [C] // 第三届全国岩石动力学学术会议论文集. 桂林:中国岩石力学与工程学会岩石动力学专业委员会, 1992:142-151.
- [16] 宫凤强,王进,李夕兵. 岩石压缩特性的率效应与动态增强因子统一模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(7):1586-1595.
Gong Fengqiang, Wang Jin, Li Xibing. The rate effect of compression characteristics and a unified model of dynamic increasing factor for rock materials [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(7):1586-1595.
- [17] 朱兆祥,徐大本,王礼立. 环氧树脂在高应变率下的热黏弹性本构方程和时温等效性 [J]. *宁波大学学报:理工版*, 1988, 1(1):67-77.
Zhu Zhaoxiang, Xu Daben, Wang Lili. Thermoviscoelastic constitutive equation and time-temperature equivalence of epoxy resin at high strain rates [J]. *Journal of Ningbo University: Nature Science & Engineering Edition*, 1988, 1(1):67-77.
- [18] 陈江瑛,王礼立. 水泥砂浆的率型本构方程 [J]. *宁波大学学报:理工版*, 2000, 13(2):1-5.
Chen Jiangying, Wang Lili. Rate-dependent constitutive equation of cement mortar [J]. *Journal of Ningbo University: Nature Science & Engineering Edition*, 2000, 13(2):1-5.
- [19] Lemaitre J, Sermage J P, Desmorat R. A two scale damage concept applied to fatigue [J]. *International Journal of Fracture*, 1999, 97(1):67-81.

(责任编辑:陈骏)