

韩心星,杨小彬,刘恩来,等. 三轴压缩下砂岩统计损伤本构模型探究[J]. 矿业科学学报,2018,3(2):165-170. DOI:10.19606/j.cnki.jmst.2018.02.008

Han Xinxing, Yang Xiaobin, Liu Enlai, et al. Research on the statistical damage constitutive model of sandstone under triaxial compression[J]. Journal of Mining Science and Technology, 2018, 3(2): 165-170. DOI: 10.19606/j.cnki.jmst.2018.02.008

三轴压缩下砂岩统计损伤本构模型探究

韩心星,杨小彬,刘恩来,王朋浩

中国矿业大学(北京)资源与安全工程学院,北京 100083

摘要:在恒定围压下对砂岩进行三轴压缩试验,得到不同围压下的应力应变曲线。基于压缩过程中的裂隙体积应变来定义损伤变量,并假设裂隙体积应变的增量服从威布尔分布,考虑岩石压缩的非线性弹性性质和残余应力的影响,采用应变等效假说理论推导了三轴压缩下砂岩的统计损伤本构模型,并对该理论模型进行试验验证,且探讨了不同围压下各模型参数的物理意义及变化规律。研究表明,该模型的正确性和合理性。

关键词:裂隙体积应变;威布尔分布;非线性弹性性质;残余应力;统计损伤本构模型

中图分类号:TU 45

文献标志码:A

文章编号:2096-2193(2018)02-0165-06

Research on the statistical damage constitutive model of sandstone under triaxial compression

Han Xinxing, Yang Xiaobin, Liu Enlai, Wang Penghao

College of Resources and Safety Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China

Abstract: Based on the triaxial compression tests of sandstone under constant confining pressures, stress-strain curves under different confining pressures were obtained. Based on the volumetric strain of cracks in the compression process, damage variable was defined and the increment of the volumetric strain of cracks was assumed to follow Weibull distribution. In consideration of the nonlinear elastic properties and the effect of residual stress in the process of rock compression, and based on strain equivalence hypothesis, the statistical damage constitutive model of sandstone under triaxial compression was deduced theoretically. The theoretical model was verified by experiments, and the physical meaning and change laws of each model parameter under different confining pressures were also discussed. The research results show that the model is correct and reasonable.

Key words: volumetric strain of cracks; Weibull distribution; nonlinear elastic properties; residual stress; statistical damage constitutive model

岩石作为一种常见的工程材料,研究其变形破坏具有重大意义。损伤力学的发展为研究岩石材料及工程的力学性质、破坏机理提供了新的研究思路和途径^[1]。利用损伤力学研究岩石材料性质、探索岩石的变形破坏规律已取得了重要的研究成

果。损伤力学的研究方法大致可以分为三种:细观方法、宏观方法和统计学方法^[2]。用细观方法研究个体微缺陷,用统计学方法归纳出损伤场变量^[2-3]。目前相关学者对岩石的统计损伤本构关系做了大量研究。曹文贵等^[4-7]从岩石微元强度

收稿日期:2017-04-19

基金项目:国家自然科学基金(50904071,51274207)

作者简介:韩心星(1989—),男,安徽安庆人,博士研究生,主要从事安全技术及工程方面的理论与实验研究。Tel:13521963111, E-mail:hanxxydy123@126.com

分布的随机性出发,引进描述岩石微元强度分布的参量,建立了三维岩石损伤演化方程和岩石损伤软化本构方程;并基于新型损伤定义,建立了能同时反映岩石应变软硬化的岩石损伤统计本构模型。徐卫亚等^[8]基于概率论和损伤力学对岩石在荷载作用下的破坏、损伤和弹塑性变形等特征进行了探讨,建立了弹塑性损伤统计本构模型。杨友卿^[9]假设岩石微元强度服从正态分布,利用损伤力学理论分析了岩石强度随围压的变化,给出了三轴应力状态下的岩石本构关系表达式。Deng Jian 等^[10]利用连续损伤力学理论和统计细观强度理论,基于最大熵分布,提出岩石应变软化统计损伤本构模型。

上述研究大多利用 D - P 准则或 M - C 准则等作为微元的破坏准则,同时假设岩石微元强度服从某种分布类型(威布尔分布、正态分布等),建立岩石软化损伤统计本构模型。这些研究成果对于认识岩石损伤演化过程具有理论意义,但在一定程度上忽略了从损伤演化的直接表现即裂隙演化的角度去探索岩石损伤演化本构关系。故本文从裂隙体积应变的角度定义损伤变量,假设裂隙体积应变的增量服从威布尔分布,同时考虑岩石非线性弹性变形性质和残余应力的影响,依据应变等效假设建立砂岩的统计损伤本构模型,并通过三轴压缩试验结果来验证模型的正确性。

1 砂岩三轴压缩试验

选用砂岩作为试验样本,制作圆柱体标准试件

(图1)。利用 RLJW - 2000 型电液伺服岩石三轴压力试验机(图2)在围压分别为 5 MPa、10 MPa、20 MPa、30 MPa 下对其进行三轴压缩试验。



图1 砂岩试样

Fig. 1 Sandstone samples



图2 三轴压缩试验系统

Fig. 2 Testing system of triaxial compression

试验均采用控制轴向应变速率的方式进行,加载速率均为 0.005 mm/s,每次试验皆在残余应力阶段进行一次以上的卸载试验。为保证试验成功,每一围压下分别进行两组试验,只选取其中一组进行分析,绘制不同围压下的轴向应力应变曲线如图3所示。

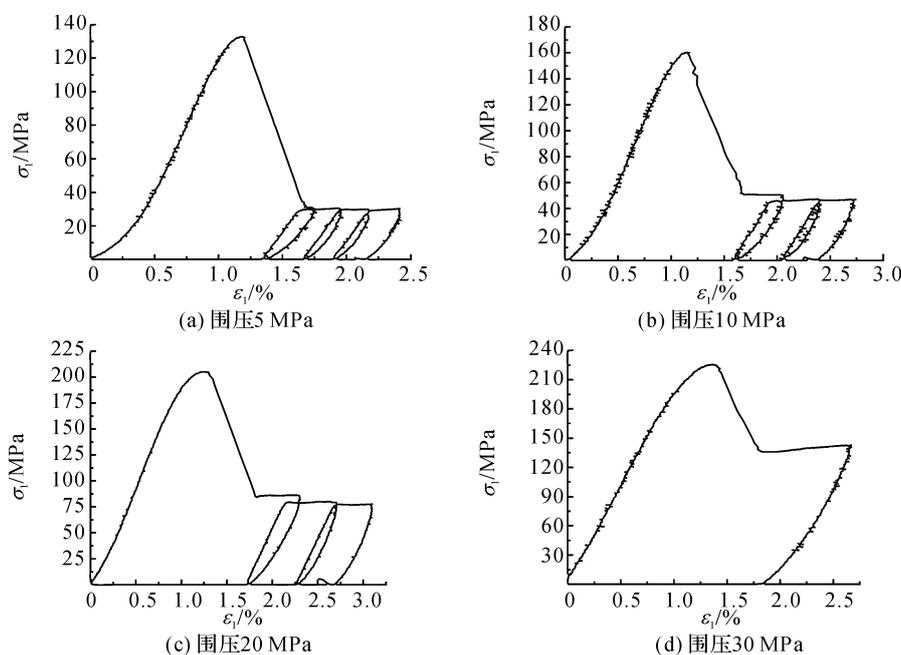


图3 不同围压下轴向应力应变曲线

Fig. 3 Axial stress - strain curves under different confining pressures

由图3可知,随围压增大,其峰值强度和残余应力也随之增大,初始变形阶段由非线性变形逐渐向线性变形演化。通过残余应力阶段的加卸载过程可以看出,弹性模量变化极小,可认为在残余应力阶段损伤基本不再演化,外界做功完全用来克服岩石变形及内部裂纹面的摩擦生热。

2 统计损伤本构模型的建立

岩石中的原生裂隙受到应力后会逐渐闭合。由于岩石中的裂隙含有分形特征,裂隙随着应力的增大被压缩变形,且被压缩的裂隙尺寸越来越小、数目越来越多,所以可以认为岩石材料本身就是非线性弹性的^[1]。在单轴压缩过程中,假设不产生新的损伤,则应力应变关系可以表示为

$$\sigma_i = E\varepsilon_i^m \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

式中, E 为弹性模量,MPa; m 为试验参数,反映岩石的非线性弹性性质。

根据广义胡克定律,轴向应变表达式为

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{\sigma_1}{E}\right)^{\frac{1}{m}} - 2\mu\left(\frac{\sigma_3}{E}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (2)$$

式中, μ 为泊松比。

三轴压缩无损状态下的轴向应力表达式为

$$\sigma_1 = E\left[\varepsilon_1 + 2\mu\left(\frac{\sigma_3}{E}\right)^{\frac{1}{m}}\right]^m \quad (3)$$

实际上,岩石在三轴压缩过程中损伤不断发展和演化。可以认为,岩石在损伤演化过程中由损伤部分和弹性部分共同承受外载作用,当岩石全部损伤后,最终体现为岩石的残余应力^[11]。故基于各向同性损伤且考虑残余应力影响,根据应变等效假设将式(3)修正为

$$\sigma_1 = E(1-D)\left\{\varepsilon_1 + 2\mu\left[\frac{\sigma_3}{E(1-D)}\right]^{\frac{1}{m}}\right\}^m + D\sigma_m \quad (4)$$

式中, σ_m 为残余应力,MPa。

在岩石损伤最直接的宏观表现即裂隙的演化方

面,CT试验研究^[12-13]表明:在压缩过程中,随轴向应变增大,原始裂隙首先被压密,然后开始缓慢扩展,接着快速扩展,在应力增大的过程中还有不少新的裂隙萌生。这里以裂隙体积应变来衡量随轴向应变的增大,裂隙的变形和扩展。假设压密阶段终点时的轴向应变为 ε' ,则在 $(\varepsilon',\varepsilon_1)$ 时,由裂纹扩展规律可以假设裂隙体积应变的增量服从威布尔分布,并定义损伤变量为裂隙体积应变与总裂隙体积应变之比。在 $(\varepsilon',\varepsilon_1)$ 时的裂隙体积应变的概率密度函数为

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_0, h) = \frac{h}{\varepsilon_0} \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^{h-1} e^{-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^h} \quad (5)$$

式中, f 为概率密度; ε_1 为轴向应变,%; ε_0 、 h 分别为威布尔分布参数。

$$D = \frac{\varepsilon_{pv}}{\varepsilon_{prt}} \quad (6)$$

式中, D 为损伤变量; ε_{pv} 为轴向应变 ε_1 时对应的裂隙体积应变,%; ε_{prt} 为总裂隙体积应变,%。

不考虑压密阶段裂隙体积应变受统计分布的影响,损伤演化方程为

$$D = \frac{\varepsilon_{pv}}{\varepsilon_{prt}} = \frac{\varepsilon_{prt} \int_{\varepsilon'}^{\varepsilon_1} f(\varepsilon_1, \varepsilon_0, h) d\varepsilon_1}{\varepsilon_{prt}} = 1 - e^{-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^h} \quad (7)$$

从式(7)可知,当 $\varepsilon_1 = \varepsilon'$ 时,损伤变量 $D = 0$ 。将式(7)代入式(4)可得

$$\sigma_1 = Ee^{-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^h} \left\{\varepsilon_1 + 2\mu\left[\frac{\sigma_3}{Ee^{-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^h}}\right]^{\frac{1}{m}}\right\}^m + [1 - e^{-\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'}{\varepsilon_0}\right)^h}] \sigma_m \quad (8)$$

式(8)即为砂岩的统计损伤本构方程。

3 统计损伤本构模型的验证

统计损伤本构方程式(8)中含有7个参数,分别为 E 、 μ 、 ε_0 、 ε' 、 σ_m 、 h 、 m 。利用式(8)对不同围压下的砂岩试验数据(图3)进行拟合,拟合参数见表1,拟合曲线与试验曲线对比如图4所示。

表1 不同围压下砂岩拟合参数

Tab. 1 Fitting parameters of sandstone under different confining pressures

围压/MPa	E /MPa	μ	ε_0 /%	ε' /%	σ_m /MPa	h	m
5	30 900	0.24	0.94	0.5	29	6	1.210
10	31 800	0.22	0.97	0.46	46	6	1.173
20	33 300	0.21	1.15	0.34	77	6	1.140
30	34 900	0.19	1.18	0.29	134	6	1.133

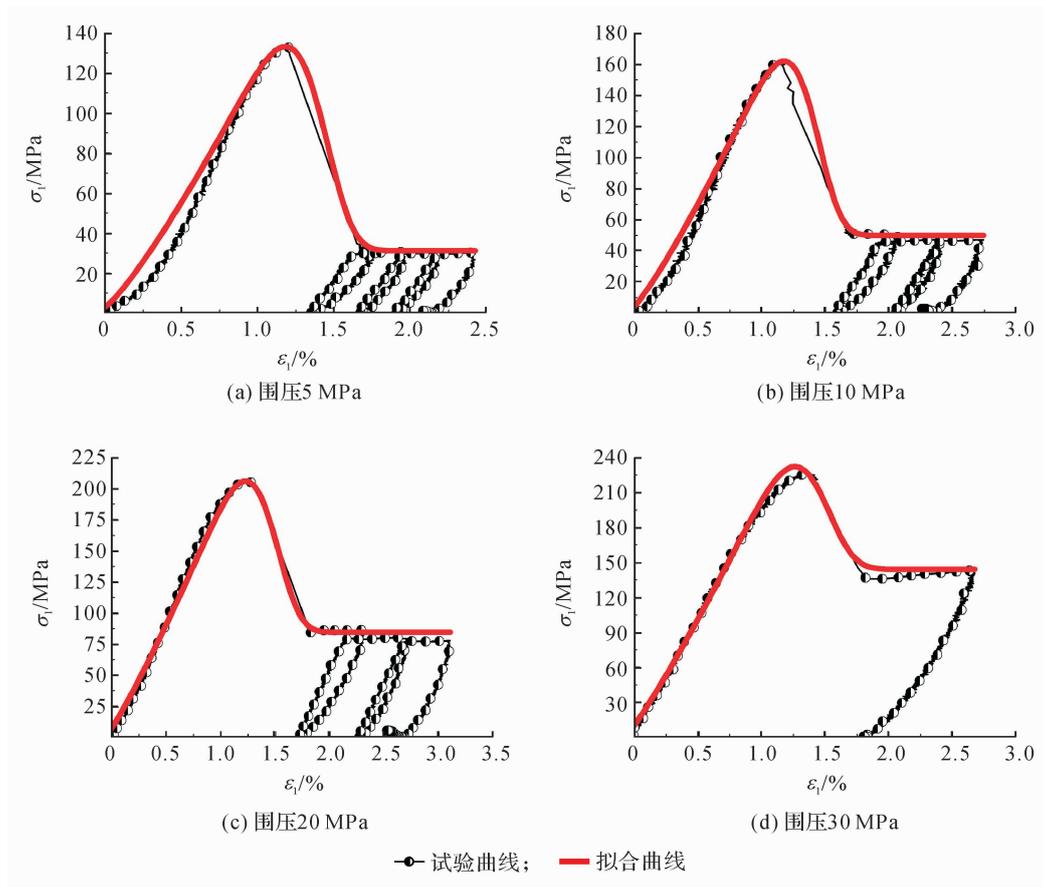


图4 不同围压下试验曲线与拟合曲线对比图

Fig. 4 Comparison of test curves and fitting curves under different confining pressures

由图4可以看出,本文考虑了岩石的非线性弹性性质及残余应力的统计损伤本构方程,得到的理论拟合曲线能较好地描述砂岩在三轴压缩过程中的应力应变过程。在整个应力应变过程中,低围压时初始压密阶段理论曲线与试验曲线存在偏差,主要是因为砂岩含有原生裂隙,而在理论模型的推导过程中没有考虑压密阶段裂隙体积应变的统计分布的影响。围压越大,裂隙压实过程就越短,影响就越小,导致理论曲线与试验曲线在压密阶段误差就越小。在峰后阶段,理论曲线与试验曲线也稍有偏差,主要是因为三轴压缩过程中岩石的损伤演化存在一定的随机性,且在本文的试验加载过程中,过应力峰值点后砂岩迅速破坏进入残余应力阶段,没有明显的应变软化阶段。此外,本文是基于各向同性损伤、应变等效假设推导的损伤演化本构模型,故理论与试验必定存在一定的偏差。

4 围压对统计本构模型参数的影响

为研究围压对本构模型各参数的影响规律,绘制不同围压下各参数的变化曲线如图5所示(将各参数进行归一化处理,图中 S_i 表示各参数的归

一化量)。

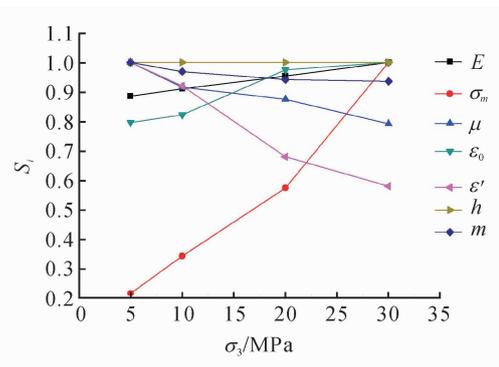


图5 不同围压下各参数变化曲线图

Fig. 5 Curves of parametric variation under different confining pressures

由图5可知,初始弹性模量 E 和残余应力 σ_m 数值皆随围压的增大而增大,显然这与试验现象是相符的,说明围压越大,砂岩破坏后的承载能力也越大。泊松比 μ 随围压的增大而减小,是因为围压越大,横向变形程度越小。压密阶段结束时的轴向应变 ε' 随围压的增大呈减小趋势,是因为围压越大,环向对裂隙的压实效果就越明显,在压密阶段结束时必然产生较小的轴向应变。反映砂岩非线性

性弹性性质的参数 m 随围压增大逐渐减小,说明围压越大,非线性弹性性质越不明显,逐渐向线性转化。而本构模型中的威布尔分布参数 h 和 ε_0 的物理意义尚不明确,故选取试验围压为 30 MPa 下的试验曲线,固定其他参数不变,只改变参数 h 得到模型曲线如图 6 所示;同理固定其他参数不变,只改变参数 ε_0 得到模型曲线如图 7 所示。

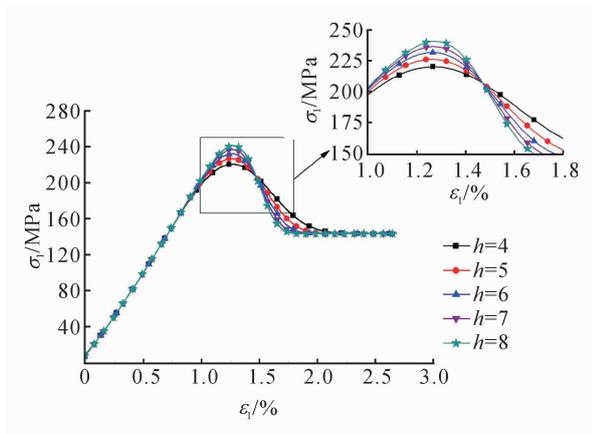


图 6 参数 h 对本构模型的影响

Fig. 6 The influence of parameter h on constitutive model

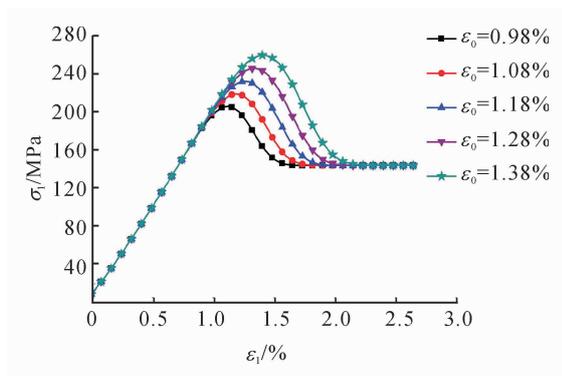


图 7 参数 ε_0 对本构模型的影响

Fig. 7 The influence of parameter ε_0 on constitutive model

由图 6 可知,随着威布尔参数 h 的增大,模型曲线的形状发生明显改变,所以参数 h 可以看成是该本构模型的形状参数。随着围压增大,试验曲线的形状基本相同,所以形状参数 h 随围压增大保持不变。由图 7 可知,随着威布尔参数 ε_0 的增大,模型曲线的形状基本不变,但应力应变曲线的峰值应力和峰值应变逐渐增大,所以参数 ε_0 反映了岩石的强度大小,随着围压增大,岩石强度逐渐增大,参数 ε_0 也逐渐增大。

5 结论

(1) 在恒定围压下对砂岩进行三轴压缩试验,

得到不同围压下的应力应变曲线。

(2) 基于裂隙体积应变随轴向应变的变化规律,假设裂隙体积应变的增量服从威布尔分布,并基于裂隙体积应变定义了砂岩的损伤变量。

(3) 考虑岩石的非线性弹性性质和残余应力的影响,基于应变等效假说理论推导了三轴压缩下砂岩的统计损伤本构模型。

(4) 通过与试验结果进行对比,探讨了不同围压下各模型参数的物理意义及变化规律,验证了该理论模型的合理性和正确性。

参考文献

- [1] 秦跃平. 岩石损伤力学模型及其本构方程的探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(4): 560-562.
Qin Yueping. Discussion on damage mechanics model and constitutive equation of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(4): 560-562.
- [2] 李兆霞. 损伤力学及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 3-5.
- [3] 杨建平, 陈卫忠, 黄胜. 一种岩石统计损伤本构模型的研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(增2): 7-11.
Yang Jianping, Chen Weizhong, Huang Sheng. Study of a statistical damage constitutive model for rocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(S2): 7-11.
- [4] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 628-633.
Cao Wengui, Fang Zulie, Tang Xuejun. A study of statistical constitutive model for soft and damage rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(6): 628-633.
- [5] 曹文贵, 赵明华, 唐学军. 岩石破裂过程的统计损伤模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2): 184-187.
Cao Wengui, Zhao Minghua, Tang Xuejun. Study on simulation of statistical damage in the full process of rock failure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(2): 184-187.
- [6] 曹文贵, 张升, 赵明华. 基于新型损伤定义的岩石损伤统计本构模型探讨[J]. 岩土力学, 2006, 27(1): 41-46.
Cao Wengui, Zhang Sheng, Zhao Minghua. Study on statistical damage constitutive model of rock based on new definition of damage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(1): 41-46.
- [7] 曹文贵, 莫瑞, 李翔. 基于正态分布的岩石软化损伤

- 伤统计本构模型及其参数确定方法探讨[J]. 岩土工程学报,2007,29(5):671-675.
- Cao Wengui, Mo Rui, Li Xiang. Study on statistical constitutive model and determination of parameters of rock based on normal distribution [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5): 671-675.
- [8] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787-791.
- Xu Weiya, Wei Lide. Study on statistical damage constitutive model of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 787-791.
- [9] 杨友卿. 岩石强度的损伤力学分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(1): 23-27.
- Yang Youqing. Continuum damage mechanics analysis on strength of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(1): 23-27.
- [10] Deng Jian, Gu Desheng. On a statistical damage constitution model for rock materials [J]. Computers and Geosciences, 2011, 37(2): 122-128.
- [11] 杨小彬, 秦跃平, 叶飞. 考虑残余应力的砂岩损伤理论模型 [J]. 煤炭学报, 2015, 40(12): 2807-2811.
- Yang Xiaobin, Qin Yueping, Ye Fei. Damage constitutive relation of sandstone considering residual stress [J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(12): 2807-2811.
- [12] 任建喜. 三轴压缩岩石损伤扩展细观机理及其本构模型[J]. 煤炭学报, 2001, 26(6): 578-583.
- Ren Jianxi. Rock meso-damage propagation law in the triaxial compression loading and its constitutive model [J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(6): 578-583.
- [13] 任建喜. 三轴压缩岩石细观损伤扩展特性 CT 实时检[J]. 实验力学, 2001, 16(4): 387-395.
- Ren Jianxi. Real-time CT monitoring for the meso-damage propagation characteristics of rock under triaxial compression [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2001, 16(4): 387-395.

(责任编辑: 王晓玲)